

Controlador para seguimiento de trayectorias en un robot móvil diferencial usando linealización entrada-salida

Erick David Hernández Aquiahuatl*

Alfredo Roldán Caballero

Gerardo Taxis Taxis

Instituto Politécnico Nacional
UPIIT

ehernandez2107@alumno.ipn.mx

Referencia de este artículo [1].

Abstract

(En el presente trabajo se propone un controlador para un robot móvil de tipo diferencial, con el objetivo de seguir de forma precisa una trayectoria deseada. El modelo del sistema se obtiene de su cinemática y se emplea la técnica de linealización entrada-salida para transformar la dinámica no lineal del sistema en un sistema lineal respecto a las salidas deseadas, lo que facilita el desarrollo de un controlador. Se definió una trayectoria circular como referencia y se desarrolló un controlador que es capaz de calcular las velocidades de las ruedas necesarias para el seguimiento de la trayectoria. La implementación del sistema se realizó mediante MATLAB Simulink, obteniendo resultados que demuestran la efectividad del control propuesto. Un análisis comparativo entre el comportamiento real y el deseado confirma que el robot logró estabilizarse y seguir la trayectoria de referencia dada por posición, orientación y velocidad en poco tiempo, por lo que esta estrategia de control es viable en aplicaciones reales.

1. Introducción

Los robots móviles son robots que pueden moverse de un lugar a otro de forma autónoma [Tzafestas, 2014]. Los robots móviles terrestres se distinguen en dos categorías: robots móviles con ruedas (WMRs) y robots móviles con patas (LMRs) [Tzafestas, 2014].

Dentro de lo WMRs se distinguen cinco tipos de accionamientos: a) Accionamiento diferencial, b) Triciclo, c) Omnidireccional, d) Dirección de Ackerman y e) Dirección de deslizamiento. El accionamiento diferencial consta de dos ruedas motrices montadas en cada lado de la estructura.

Cada una de las ruedas es accionada de forma independiente y se utilizan una o más ruedas pasivas para equilibrio y estabilidad.

El seguimiento de trayectorias es una de las tareas fundamentales en el control de robots móviles. Esto implica el diseño de un control que genere las señales necesarias para que el robot mantenga su movimiento lo más cercano a la trayectoria deseada.

2. Modelo cinemático del robot

El modelo de trabajo para un robot diferencial depende de la estructura geométrica del robot [Tzafestas, 2014] y de restricciones que ayudaran a simplificar el modelo [Ramos-Silvestre et al., 2010] las cuales son: a) El robot se mueve en una superficie plana, b) El deslizamiento de las ruedas es despreciable y c) La estructura es rígida sin partes flexibles.

Para un robot diferencial se tienen acopladas dos ruedas de tracción impulsadas por motores CD

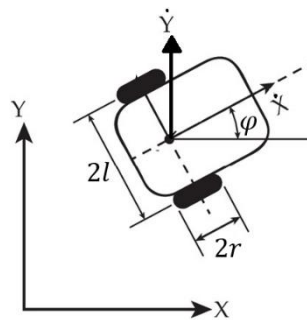


Figura 1: Diagrama del robot.

individuales y una rueda caster que no afectara el control del robot. Los parámetros que se consideran para el modelo cinemático son velocidad angular (ω), radio de las ruedas (r), distancia entre las ruedas ($2l$), velocidad angular de cada una de las ruedas (ω_r y ω_l) y la velocidad lineal (v).

En la Figura 1 se presenta el diagrama para obtener el modelo del sistema considerando el centro de masa en el eje que une las dos ruedas motrices, obteniendo un primer modelo:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos(\varphi) \\ \dot{y} &= V \sin(\varphi) \\ \dot{\varphi} &= \omega \end{aligned} \quad (1)$$

Al analizar la dinámica de las ruedas se obtienen las ecuaciones que describen su comportamiento y nos permitirán integrar las velocidades de cada una de las ruedas en el modelo del sistema:

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega_l r + \omega_r r}{2} \\ \omega &= \frac{\omega_r r + \omega_l r}{2l} \end{aligned} \quad (2)$$

Que nos permite encontrar las primeras características de comportamiento del robot: a) Para desplazarse en línea recta ambas velocidades individuales tienen que ser iguales y b) Para producir una rotación tiene que existir una diferencia entre ambas velocidades.

Sustituyendo las velocidades obtenidas anteriormente se obtiene el modelo del robot con el que se trabajará, planteando una matriz con ω_r y ω_l como entradas, x, y y φ como estados se forma:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r}{2} \cos(\varphi) & \frac{r}{2} \cos(\varphi) \\ \frac{r}{2} \sin(\varphi) & \frac{r}{2} \sin(\varphi) \\ \frac{r}{2l} & -\frac{r}{2l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{pmatrix} \quad (3)$$

3. Propuesta de control y trayectoria deseada

Para lograr que el robot siga una trayectoria deseada definida por una posición (x_d, y_d) en el plano, se plantea una linealización entrada-salida, la cual modificará la dinámica no lineal del sistema y la transformará en una forma lineal respecto a las salidas deseadas. De esta forma se simplifica el sistema y se modifican las entradas para ser de la forma:

$$\begin{pmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} l\dot{\varphi} + \dot{x} \cos(\varphi) + \dot{y} \sin(\varphi) \\ -l\dot{\varphi} + \dot{x} \cos(\varphi) + \dot{y} \sin(\varphi) \end{pmatrix} \quad (4)$$

Por lo que se propone el control:

$$\begin{pmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} (l(\varphi^* - k_\varphi(\varphi - \varphi^*)) + \frac{\dot{x}^* - k_x(x - x^*)}{\cos(\varphi)}) \\ \frac{1}{r} (-l(\varphi^* - k_\varphi(\varphi - \varphi^*)) + \frac{\dot{x}^* - k_x(x - x^*)}{\cos(\varphi)}) \end{pmatrix} \quad (5)$$

Y sustituyendo en el modelo del sistema se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}^* - k_x(x - x^*) \\ \tan(\varphi) [\dot{x}^* - k_x(x - x^*)] \\ \dot{\varphi}^* - k_\varphi(\varphi - \varphi^*) \end{pmatrix} \quad (6)$$

Con lo que se define que para todo $k_x > 0$ y $k_\varphi > 0$, se logrará que $x \rightarrow x^*$ y $\varphi \rightarrow \varphi^*$, a partir de esta convergencia, y tiende a seguir la trayectoria deseada con una diferencia determinada por las condiciones iniciales. En particular, si $y(0) = y^*(0)$ se asegura que $y \rightarrow y^*$ por lo que nuestra propuesta de control funciona.

Ahora se tiene que definir una trayectoria deseada, que a través de nuestro controlador invertirá la cinemática del sistema para obtener las entradas requeridas (ω_r y ω_l), este controlador recibe cuatro parámetros de nuestro sistema deseado que serán calculados a través de razones trigonométricas: a) Posición en x deseada (x_d), b) Velocidad en x deseada (\dot{x}_d), c) Orientación del robot deseada (ϕ_d), y d) Velocidad angular del robot ($\dot{\phi}_d$) y dos parámetros que se retroalimentan del sistema real: a) Posición en x real (x_d) y b) Orientación del robot real (ϕ_r).

$$\begin{aligned} x_d &= xc + R \cos(\theta t) \\ \dot{x}_d &= -R\dot{\theta} \sin(\theta t) \\ \dot{y}_d &= R\dot{\theta} \cos(\theta t) \\ \phi_d &= 1.5708 + (\theta t) \end{aligned} \tag{6}$$

4. Implementación del control de posición y velocidad en Simulink

La simulación del robot se realizará en Matlab Simulink para validar y evaluar nuestro controlador. Haciendo uso del bloque "Matlab Function" se configurarán los tres bloques necesarios para el funcionamiento de nuestro sistema, en la Figura 2 se visualizan los bloques principales de nuestro robot: a) Generador de sistema deseado, b) Controlador y c) Modelo cinemático del robot

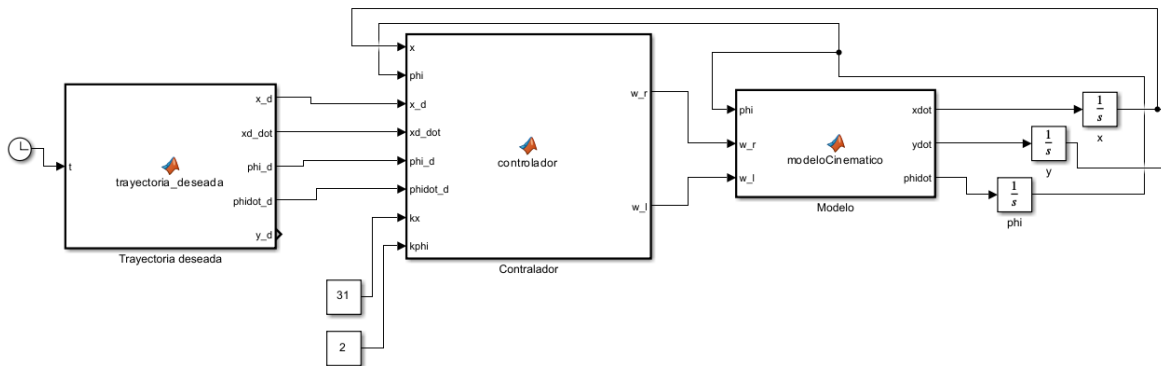


Figura 2: Diagrama de bloques del sistema

5. Resultados

Para la validación de desempeño del control se llevaron a cabo diversas simulaciones, para las cuales se propone una trayectoria circular con $R= 1\text{m}$ y $\omega=30$ grados/segundo. Así mismo se configuró la simulación para durar 12 segundos lo que permitirá al robot realizar una vuelta completa siguiendo la trayectoria, se utilizó un solucionador de tipo Fixed-step con el método ode1 (Euler) y un tamaño de paso fijo de 1×10^{-5} .

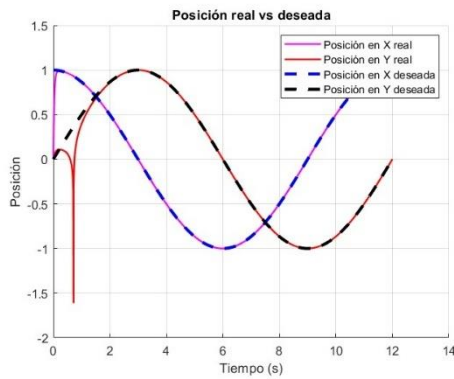


Figura 3: Posición deseada y real

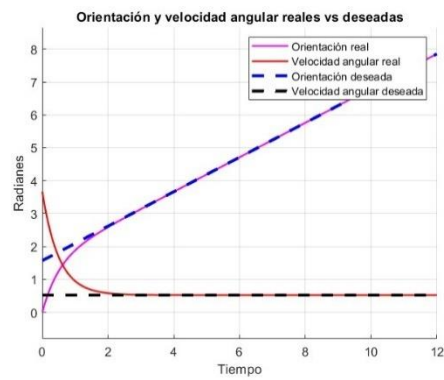


Figura 4: Orientación y velocidad angular deseadas y reales

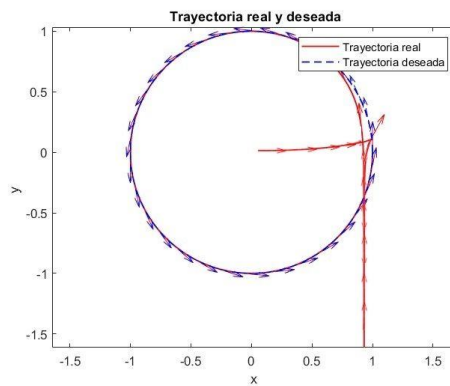


Figura 5: Trayectoria deseada y

Para validar los resultados de la simulación se compararán las Figuras 3, 4 y 5 las cuales describen el comportamiento del sistema deseado y el comportamiento real del robot. En la Figura 3 se observa el cambio de posición respecto al tiempo; en la Figura 4 el cambio en la orientación y la velocidad angular; y en la Figura 6 la representación en el plano del movimiento del robot.

6. Conclusiones

Las simulaciones realizadas validan la efectividad de nuestro control propuesto, demostrando que el modelo cinemático linealizado mediante la técnica de linealización entrada-salida, le da la capacidad al robot de seguir trayectorias de forma precisa y eficaz. A pesar de ser un modelo simplificado que no considera la dinámica de las masas, inercia ni fuerzas externas.

El desempeño del sistema sugiere que este método de control es viable para su implementación en sistemas reales. Para un futuro trabajo, se propone la implementación física del robot utilizando Matlab para el procesamiento de las señales, así como la ejecución en tiempo real del control.

Referencias bibliográficas

- Guzmán, L. E. S., Villa, M. A. M., & Vásquez, E. L. R. (2014). Seguimiento de trayectorias con un robot móvil de configuración diferencial. *Ingenierías USBmed*, 5(1), 26-34. <https://doi.org/10.21500/20275846.298>
- Millán, G. H., Gonzales, L. H. R., & López, M. B. (2016). Implementation of a position and movement controller for a differential mobile robot. *DOAJ (DOAJ: Directory Of Open Access Journals)*. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.tecnura.2016.2.a09>
- Ramos-Silvestre, E. R., Morales-Guerrero, R., Silva-Ortigoza, R., & F, M. D. (2010). Modelado, simulación y construcción de un robot móvil de ruedas tipo diferencial. *Latin American Journal Of Physics Education*, 4(3), 39. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3697986.pdf>
- Tzafestas, S. G. (2014). *Introduction to Mobile Robot Control*. En Elsevier eBooks. <https://doi.org/10.1016/c2013-0-01365-5>
- Valencia, J. A., Electricista, I., Rios, L. H., & Titular, P. (2009). MODELO CINEMÁTICO DE UN ROBOT MÓVIL TIPO DIFERENCIAL y NAVEGACIÓN a PARTIR DE LA ESTIMACIÓN ODOMÉTRICA. *Scientia Et Technica*, 1(41), 191-196. <https://doi.org/10.22517/23447214.2907>

Referencia del artículo

Hernández, E., Roldán, A. & Taxis, G. (*septiembre - octubre, 2025*). Controlador para seguimiento de trayectorias en un robot móvil diferencial usando linealización entrada-salida. *Boletín UPIITA*. año 20, (110) 2025
<https://www.boletin.upiita.ipn.mx/index.php/ciencia/1098-cyt-numero-110/2439-controlador-para-seguimiento-de-trayectorias-en-un-robot-movil-diferencial-usando-linealizacion-entrada-salida>