

IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR GPI PARA SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS EN UN HOVERCRAFT

Alexis Fernando Cruz Baños, Fernando Iván Antonio Hernández Díaz, Luis Alberto Tovar Ortiz, Juan Carlos Herrera Lozada, Dr., Miguel Hernández Bolaños, M. en C.

Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo

Instituto Politécnico Nacional

acruzba.2100@alumno.ipn.mx, fhernandezd0200@alumno.ipn.mx, ltovaro2100@alumno.ipn.mx, jlozada@ipn.mx, mbolanos@ipn.mx

Boletín No. 102, 1o. de mayo de 2024

Resumen

En el presente artículo se implementa y analiza el uso de un controlador Proporcional Integral Generalizado (GPI) para el seguimiento de trayectorias con un vehículo aéreo no tripulado tipo Hovercraft. Este tipo de vehículos son considerados sistemas subactuados pues tienen más grados de libertad que actuadores, por lo que el diseñar sistemas de control para estos, se considera una tarea compleja. Se comienza proporcionando una descripción general del funcionamiento de este tipo de vehículos, resaltando la capacidad que tiene para desplazarse sobre superficies terrestres o acuáticas. De manera general se aborda el modelado matemático del sistema para un vehículo con 2 motores, destacando la complejidad de ser un sistema subactuado, obteniendo así un modelo matemático que considera las dinámicas del hovercraft y establece las bases para diseñar el controlador. Para lograr el control óptimo del sistema, se propone un controlador auxiliar con el objetivo de "emular" la entrada de control faltante, compensando la limitación de los actuadores. Finalmente, para validar el sistema propuesto, se simula la implementación del controlador en Simulink de Matlab y se pone a prueba en una trayectoria lineal con perturbaciones comparando los resultados con un controlador PID tradicional, demostrando que el controlador GPI es una alternativa de controlador para sistemas subactuados que tiene una respuesta similar e incluso llegando a mejorar la respuesta del sistema en comparación con controladores tradicionales.

Abstract

In this article, the use of a Generalized Proportional Integral (GPI) controller for trajectory tracking is implemented and analyzed with an Unmanned Aerial Vehicle (UAV) of the Hovercraft type. These types of vehicles are considered underactuated systems as they have more degrees of freedom than actuators, making designing control systems for them a complex task. The article begins by providing a general description of how these vehicles operate, highlighting their capability to move over both land and water surfaces. The mathematical modeling of the system is addressed in general, focusing on a vehicle with 2 motors and emphasizing the complexity of being an underactuated system. This results in a mathematical model that considers the dynamics of the hovercraft and establishes the basis for designing the controller. In order to achieve optimal control of the system, an auxiliary controller is proposed with the objective of "emulating" the missing control input, thereby compensating for the limitation of the actuators. Finally, to validate the proposed system, the controller implementation is simulated using Matlab's Simulink and tested on a linear trajectory with disturbances, comparing the results with a traditional PID controller. The findings demonstrate that the GPI controller is an alternative controller for underactuated systems that exhibits a similar response and, in some cases, even improves the system's response compared to traditional controllers.

1. Introducción

La simulación y control de sistemas subactuados siguen representando un desafío significativo en ingeniería a pesar de que es un tema tratado desde décadas atrás. Este tipo de sistemas no sólo están presen-

tes en sistemas como péndulos invertidos, manipuladores robóticos o sistemas mecánicos de articulación compleja, si no también algunos tipos de vehículos no tripulados como drones, vehículos submarinos, ó aerodeslizadores. La complejidad del diseño de algoritmos de control para este tipo de sistemas radica en la necesidad de controlar más grados de libertad con un conjunto menor de actuadores, esto implica el uso de técnicas de control avanzadas que permiten al sistema ejecutar sus funciones de manera correcta, sin importar las limitaciones físicas logrando un rendimiento optimo en diferentes escenarios. Hoy en día con el auge de los vehículos no tripulados es importante contar con técnicas de control eficientes especialmente en la capacidad de estos para seguir trayectorias de manera autónoma incluso en presencia de perturbaciones ambientales, lo que los hace un atractivo objeto de estudio. En este contexto surge el control proporcional integral generalizado (GPI por sus siglas en inglés) como una posible técnica de control que permite abordar los sistemas subactuados proporcionando un control robusto y preciso capaz de compensar los posibles errores tanto en estado transitorio como en estado estacionario.

2. Características y modelo matemático de un Hovercraft

El hovercraft o aerodeslizador es un vehículo aéreo no tripulado que entra en la categoría de sistema subactuado, aunque es un vehículo aéreo, se considera anfibia ya que se puede desplazar sobre un terreno terrestre o una superficie acuática. Estos vehículos consisten en un chasis similar a una pequeña embarcación con la diferencia de que utiliza un “cojín” de aire en la parte inferior que consiste en un motor que inyecta aire en una cámara (tradicionalmente de caucho) para generar una distribución de aire equilibrada que eleva el cuerpo del vehículo, permitiendo así el desplazamiento (figura 1). Estos vehículos, generalmente cuentan con una o dos propelas en la parte posterior del cuerpo proporcionando la fuerza de desplazamiento y el control de dirección.

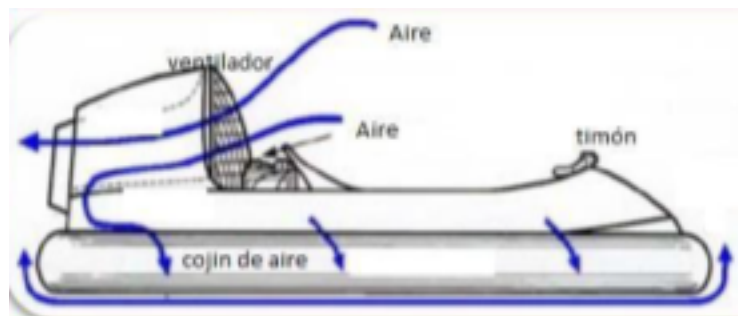


Figura 1 Esquema general de un Hovercraft. [1]

Este tipo de vehículos en un contexto de navegación autónoma, se consideran subactuados ya que cuenta con 3 grados de libertad que son el desplazamiento horizontal, el desplazamiento vertical y la dirección, pero generalmente se cuenta con uno o dos actuadores para controlar estos grados de libertad. Para los fines de este trabajo se considera un aerodeslizador con 2 motores en la parte posterior para controlar la dirección y el desplazamiento.

Un hovercraft con tres grados de libertad y dos actuadores se puede representar mediante un diagrama considerando un eje de referencia del aerodeslizador con respecto a un marco de referencia fijo como se observa en la figura 2.

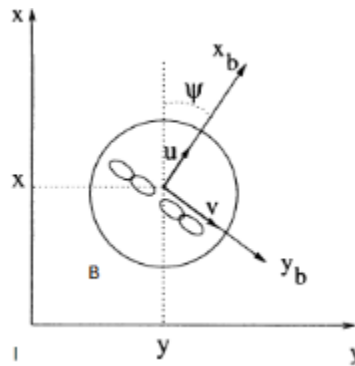


Figura 2 Diagrama de un hovercraft.

Considerando las ecuaciones que describen el comportamiento general de un sistema subactuado [2] y considerando los ángulos de Tait-Bryan que son un conjunto de tres ángulos utilizados para describir la orientación de un objeto en el espacio tridimensional. Estos ángulos representan las rotaciones alrededor de tres ejes mutuamente perpendiculares: roll (balanceo), pitch (cabeceo) y yaw (guiñada), las ecuaciones que describen el comportamiento de la velocidad en un aerodeslizador son:

$$\dot{x} = \cos(\Psi)u - \sin(\Psi)v \quad (2.1)$$

$$\dot{y} = \sin(\Psi)u + \cos(\Psi)v \quad (2.2)$$

$$\dot{\Psi} = r \quad (2.3)$$

Donde:

- u : Velocidad de oleada (X).
- v : Velocidad de oscilación (Y).
- r : Velocidad angular de Yaw (Z).

Para poder obtener el modelado del sistema en función de las aceleraciones, se debe considerar que no existen rotaciones en pitch y roll puesto que el desplazamiento del vehículo ira en función de la fuerza angular del empuje de los motores, en consecuencia, solo habrá rotación en Yaw. Además, se debe considerar las ecuaciones de Euler Lagrange para obtener el modelo matemático completo, pues se tiene que tomar en cuenta la energía cinética y potencial del sistema [2]. De esta manera la ecuación lagrangiana que describe el comportamiento del sistema es:

$$L(q, \dot{q}) = (E_c \text{ Traslacional} + E_c \text{ Rotacional}) - \text{Energía potencial.}$$

E_c : Energía Cinética.

Finalmente, el modelo matemático del sistema esta descrito por [2]:

$$\ddot{x} = \cos(\Psi) \tau_u \quad (2.4)$$

$$\ddot{y} = \sin(\Psi) \tau_u \quad (2.5)$$

$$\ddot{\Psi} = \tau_r \quad (2.6)$$

Observando las ecuaciones anteriores, se determina que se tienen dos entradas de control τ_u y τ_r que representan los torques en X y en Z. En la ecuación (2.5) se observa que no tiene una entrada de control propia, si no que depende de la entrada de control en X y en Z, indicando que este grado de libertad es

subactuado.

3. Controlador Proporcional Integral Generalizado (GPI)

El GPI es una técnica de control basada en la idea de evitar el diseño de observadores utilizando reconestructores integrales como estimadores de las variables de estado no medidas. Una de las características atractivas del GPI radica en el hecho de que se basa sólo en mediciones de entradas, salidas y combinaciones lineales de un número finito de integraciones de estas, despreciando cualquier condición inicial desconocida.

Como resultado, el reconstructor integral difiere del valor real de la señal estimada, este error estructural es fundamentalmente inestable y puede ser caracterizado mediante un polinomio de orden finito. De esta manera, empleando el principio de superposición, el controlador se complementa con un número finito de integradores que cancelan el efecto desestabilizante del estimador estructural. Como resultado, se obtiene un controlador PI de n-ésimo orden, el cual estabiliza el sistema en lazo cerrado mediante la asignación arbitraria de los polos del polinomio característico del sistema. [3]

El controlador GPI queda descrito por:

$$u = u^*(t) - \left(\frac{k_1 s + k_0}{s + k_2} \right) (y - y^*(t)) \quad (3.1)$$

Donde:

- $u(t)$ es la señal de control.
- $u^*(t)$ es la señal de referencia para la señal de control.
- $y(t)$ es la salida del sistema.
- $y^*(t)$ es la señal de referencia para la salida del sistema.
- k_0 , k_1 y k_2 son constantes del controlador.

4. Implementación del controlador

Como se menciona de los tres grados de libertad que se tienen en el vehículo, dos de ellos son completamente actuados, mientras que en el eje Y el sistema no tiene una entrada de control directa. Para solucionar esto, se propone el uso de un controlador auxiliar. El propósito principal de un controlador auxiliar en un sistema subactuado es ayudar a lograr los objetivos de control deseados a pesar de las limitaciones en el número de actuadores disponibles. Esto puede implicar la generación de señales de control adicionales, la estimación de estados no medibles, o la introducción de estrategias de control no convencionales para mejorar la capacidad del sistema para seguir las referencias ó rechazar las perturbaciones. [4]

En el caso del hovercraft se propone un generador de trayectorias como controlador auxiliar con el objetivo de emular una entrada de control completamente actuada sobre el eje Y. Tomando la ecuación (2.5) se tiene que:

$$\ddot{y} = \sin(\Psi) \tau u \quad (2.5)$$

Si se requiere que el generador de trayectorias (V_y) sea la señal de control para el eje Y entonces:

$$V_y = \ddot{y} = \sin(\Psi) \tau u \quad (4.1)$$

Dado que Yaw es un grado de libertad completamente actuado, se despeja de (4.1) obteniendo el valor deseado en Yaw:

$$\Psi^* = \sin^{-1} \left(\frac{V_y}{\tau u} \right) \quad (4.2)$$

De esta manera, utilizando los errores generados en el eje Y se modifica la entrada de control en el controlador auxiliar y de manera indirecta se modifican los valores para Yaw considerando el generador de trayectorias como la señal de control dependiente de 2 ejes, por lo cual se considera que ahora los 3 grados

de libertad quedan completamente actuados de forma indirecta.

Finalmente, los controladores implementados en el modelado matemático del sistema. Están definidos por:

$$V_y = V_y^*(t) - \left(\frac{k_1 s + k_0}{s + k_2} \right) (y - y^*(t)) \quad (4.3)$$

$$\tau_u = \ddot{x}^*(t) - \left(\frac{k_1 s + k_0}{s + k_2} \right) (x - x^*(t)) \quad (4.4)$$

$$\tau_r = \ddot{\Psi}^*(t) - \left(\frac{k_1 s + k_0}{s + k_2} \right) (\Psi - \Psi^*(t)) \quad (4.5)$$

En las ecuaciones anteriores se tienen las 3 señales de control para cada uno de los grados de libertad del sistema, dos completamente actuados que son τ_u y τ_r que indican el torque de los motores del vehículo, controlando el desplazamiento en X y el ángulo en Yaw, y el generador de trayectorias V_y para controlar el movimiento en Y.

En la figura 3, se muestra el diagrama a bloques del sistema de control propuesto ya implementado en el vehículo, incluyendo el generador de trayectorias.

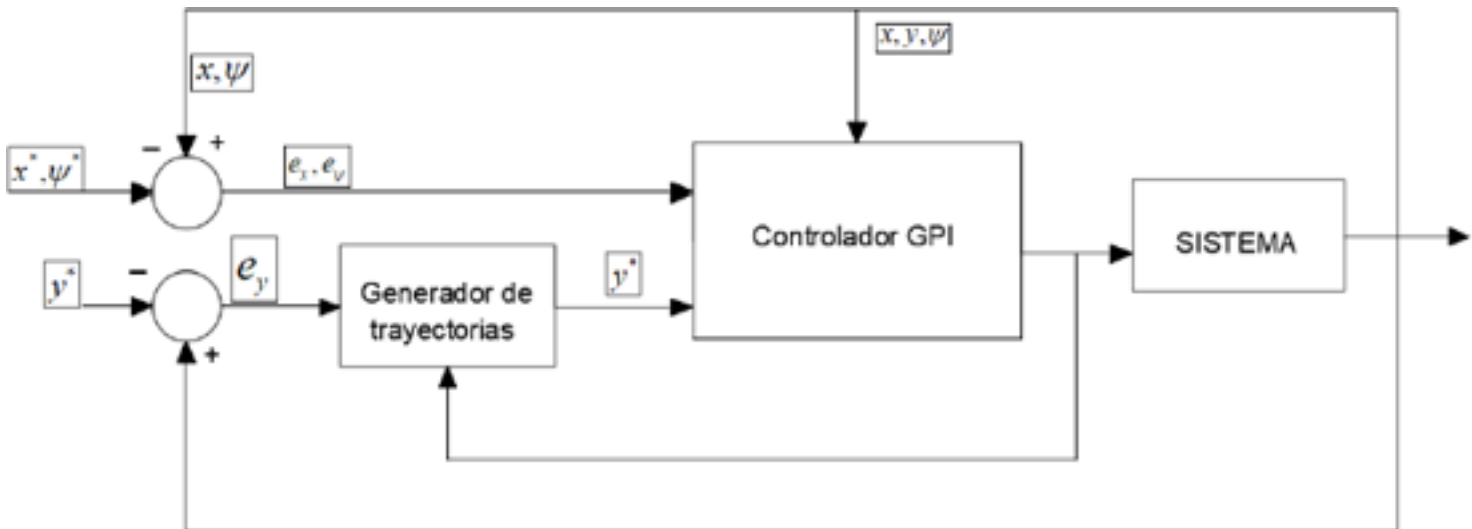


Figura 3 Diagrama a bloques del sistema de control propuesto.

5. Simulación y resultados

Para validar el sistema propuesto, se utilizó MatLab Simulink para simular el comportamiento del sistema en una trayectoria suave (línea recta) comparando el resultado del controlador GPI contra un control tradicional PID. En ambos casos la sintonización de los controladores se llevó a cabo mediante la frecuencia amortiguada, proponiendo valores arbitrarios. La figura 4 muestra el panorama del sistema simulado.

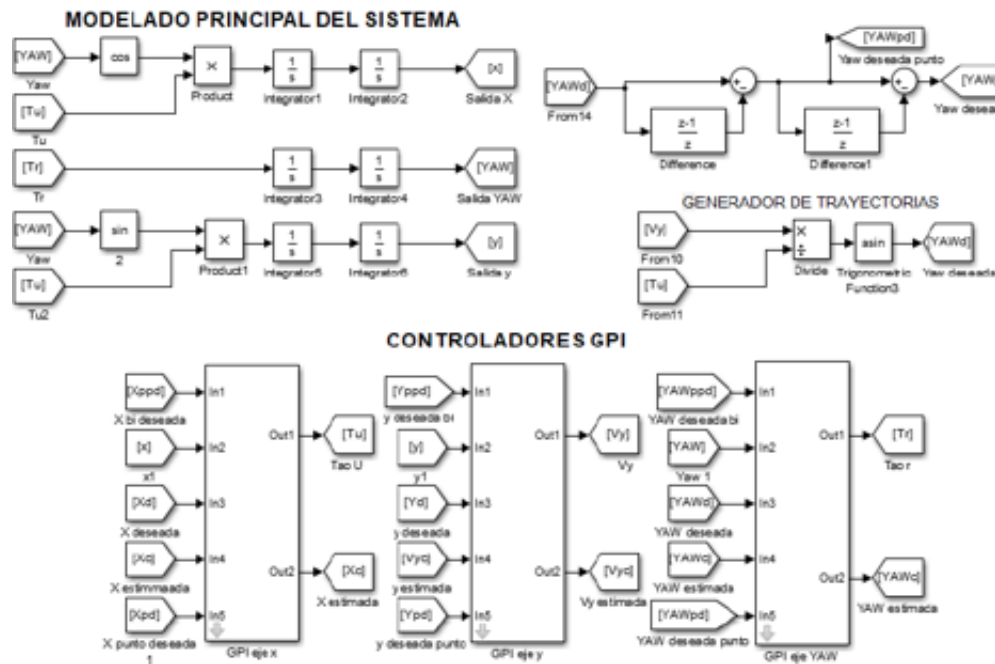


Figura 4 Sistema propuesto en simulink.

En la figura 5, se observa el comportamiento del sistema en una trayectoria lineal con perturbaciones, indicando que el controlador GPI tiene un mejor comportamiento ante las perturbaciones, y sigue de manera correcta la trayectoria propuesta.

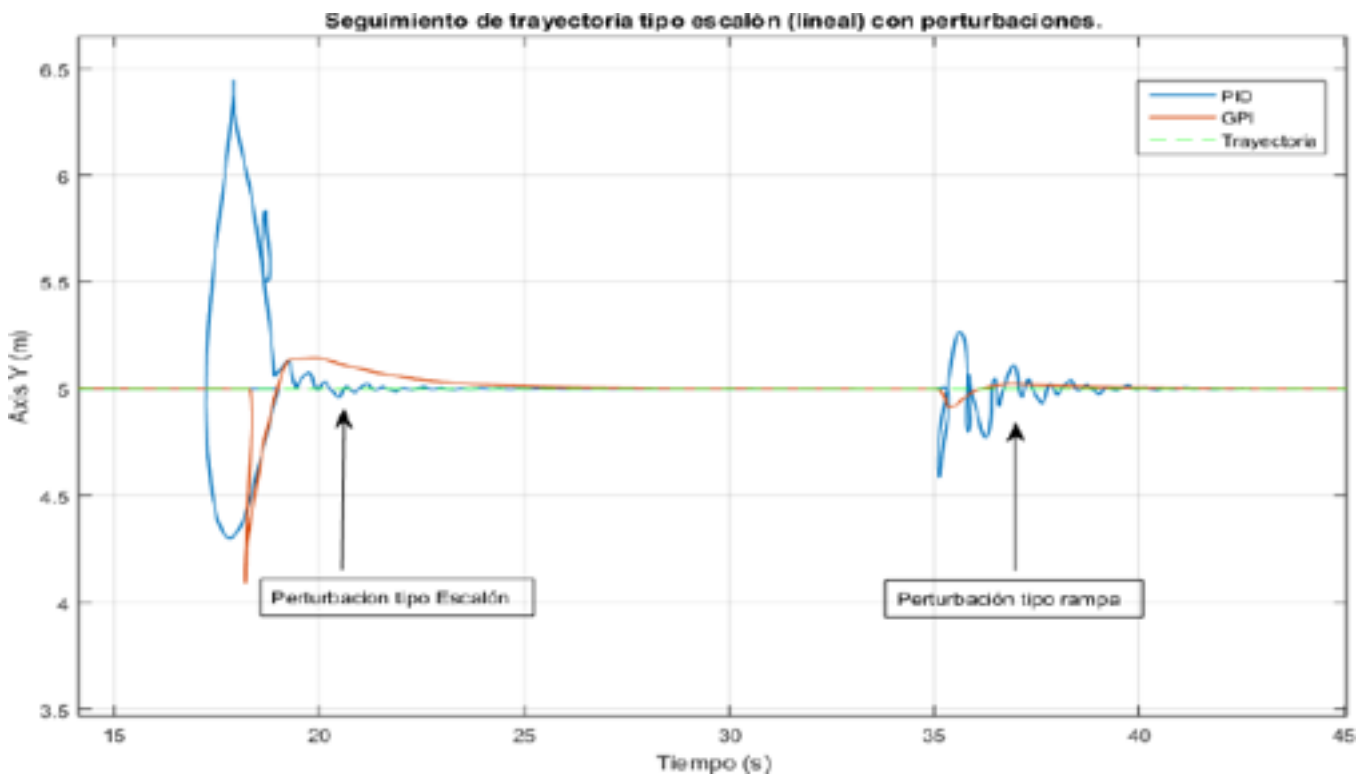


Figura 5 Seguimiento de una trayectoria lineal con perturbaciones.

Además, se observa que el controlador GPI presenta mayor robustez contra las perturbaciones, mientras que el control PID presenta un mayor sobreimpulso antes de estabilizarse. Esta respuesta indica que el

controlador GPI es un controlador que ofrece buen rendimiento frente a un sistema subactuado.

6. Conclusiones

Durante la simulación, se observó que el controlador GPI presentó una mejor respuesta en comparación con un controlador PID tradicional, sin embargo, estas respuestas pueden verse afectadas por los valores de sintonización de los controladores. Esto no afecta el hecho de que el controlador proporcional integral generalizado se presenta como una alternativa válida de control en sistemas subactuados, el controlador en conjunto con un controlador auxiliar puede estimar de manera adecuada una salida de control para el grado de libertad que no está siendo actuado directamente. Adicionalmente se puede deducir que el controlador GPI es adecuado para tareas de seguimiento de trayectorias, ya que al reconstruir (estimar) valores que no se pueden obtener de manera directa en un sistema subactuado es posible que en un sistema físico permita disminuir o evitar el uso de sensores (observadores) en un sistema.

Referencias

- [1] Acevedo, D. López. (año). *Propuesta de instrumentación y control para un sistema subactuado tipo aerodeslizador*. Ingeniería, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, 2016.
- [2] Fantoni, I. & Lozano, R. (2002). *Non-linear Control for underactuated mechanical systems*. Capítulo 11. London, Springer-Verlag, 2002.
- [3] Adrián Rene, R. L. (2010). *Análisis del desempeño de un controlador GPI en un rectificador activo multinivel monofásico*. Tesis de M. I. E., CITEPI, UASL, San L. P., México.
- [4] Autor (año). *Título del artículo*. libro, revista o nombre de la página web. <https://www.lipsum.com/feed/html>
- [5] Ogata, Katsuhiko (1998). *Ingeniería de Control moderna*. Tercera edición, Ed. Pearson, 1998.

Cruz Baños, A. F., Hernández Diaz, F. I. A., Tovar Ortiz, L. A., Herrera Lozada, J. C., Hernández Bolaños, M. (2026). IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR GPI PARA SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS EN UN HOVERCRAFT. *Boletín UPIITA*. año XX, (NÚM) 2026.